

Algorithmique et programmation

Exemples de problèmes d'optimisation

Exercice 1 Un constructeur et concessionnaire automobile

Un constructeur automobile propose deux modèles à la vente, des grosses voitures et des petites voitures. Les voitures de ce fabricant sont tellement à la mode qu'il est certain de vendre tout ce qu'il parvient à produire, au moins au prix catalogue actuel de 16 000 euros pour les grosses voitures, et 10 000 euros pour les petites voitures.

Son problème vient de l'approvisionnement limité en deux matières premières, le caoutchouc et l'acier.

1. La construction d'une petite voiture nécessite l'emploi d'une unité de caoutchouc et d'une unité d'acier ;
2. la construction d'une grosse voiture nécessite une unité de caoutchouc et deux unités d'acier.

Ses stocks sont limités : il dispose de 40 unités de caoutchouc et de 60 unités d'acier.

L'objectif est de déterminer les nombres de petites et de grosses voitures que le constructeur doit produire afin de maximiser son chiffre d'affaire.

1. On suppose qu'il construit et vend 10 grosses voitures et 12 petites.
Donner le nombre d'unités de caoutchouc et d'acier nécessaires. Quel est le chiffre d'affaire correspondant ?
2. On suppose qu'il veut construire 35 grosses voitures et 25 petites. Quel serait son chiffre d'affaire ? Est-ce possible compte tenu des ressources en matières premières ?
3. On note maintenant x le nombre de grosses voitures produites, y le nombre de petites voitures produites, et z le chiffre d'affaire résultant.
 - a) Donner l'expression du chiffre d'affaire z en fonction de x et y .
 - b) Combien peut-on fabriquer au plus de petites voitures (si on ne fabrique que celles là) ? de grosses voitures ?
Traduire ces contraintes par des inégalités sur x et y .
 - c) Combien d'unités de caoutchouc nécessitent la production de x grosses voitures et y petites ?
Combien d'unités d'acier ?
Traduire alors les contraintes d'approvisionnement en acier et caoutchouc du constructeur.
4. Écrire un algorithme, puis un programme, qui permet de calculer le chiffre d'affaire pour toutes les possibilités des nombres x et y satisfaisant les contraintes exprimées précédemment, et donnant enfin sa valeur maximale.

Exercice 2 Des yaourts à la fraise

Un fabricant produit 2 types de yaourts à la fraise A et B à partir de Fraise, de Lait et de Sucre. Chaque yaourt doit respecter les proportions ci-contre de matières premières.

On dispose de 800 Kg de Fraises, 700 Kg de Lait et 300 Kg de sucre. La vente de 1 Kg de yaourts A et B rapporte respectivement 4 euros et 5 euros.

Quelle quantité de yaourts A et B faut-il (et peut-on) fabriquer pour obtenir un profit maximal ?

	A	B
Fraise	2	1
Lait	1	2
Sucre	0	1