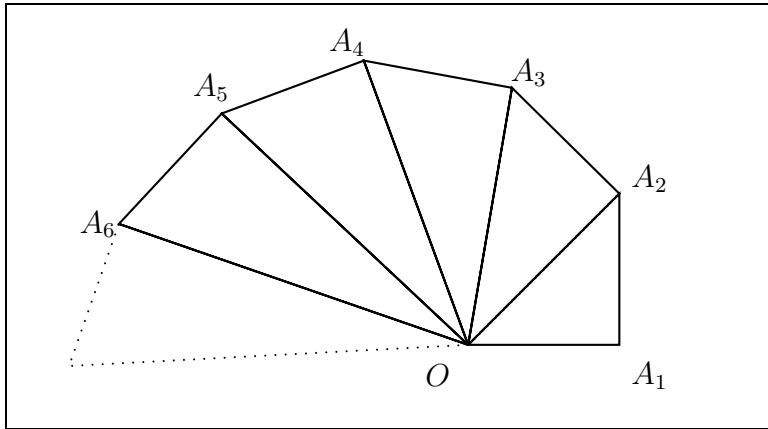


Escargot de Pythagore

L'escargot, ou colimaçon, de Pythagore est une figure géométrique qui se construit de la manière suivante : on place le premier point, A_1 tel que $OA_1 = 1$. On construit ensuite A_2 tel que OA_1A_2 est rectangle en A_1 et $A_1A_2 = 1$, puis A_3 tel que OA_2A_3 est rectangle en A_2 et $A_2A_3 = 1$, et ainsi de suite ...

On note, pour tout entier n , $\theta_n = \widehat{A_1OA_{n+1}}$ et $\alpha_n = \widehat{A_nOA_{n+1}}$.



1. Construire sur une feuille les premiers points O, A_1, A_2, \dots, A_8 .
Représenter sur la figure les angles $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$ et $\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_7$.
 - a) Donner une relation simple entre les angles θ_n, θ_{n-1} et α_n .
 - b) Exprimer en fonction de n le cosinus et le sinus de α_n .
2. Déterminer les longueurs OA_2, OA_3, OA_4 , puis OA_n pour tout entier n .
3. On se place dans la suite dans le repère orthonormal direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$, avec $\vec{i} = \overrightarrow{OA_1}$.
 - a) On note $A_n(x_n; y_n)$ les coordonnées du point A_n .
Exprimer x_n et y_n en fonction de n et θ_{n-1} , puis de même x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de n et θ_n .
 - b) En utilisant les formules trigonométriques :

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a)$$
 exprimer les coordonnées x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de n et x_n et y_n .
4. Écrire alors un algorithme et un programme, en python par exemple, qui trace les N premiers points de l'escargot de Pythagore.