

PROBABILITÉS 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation $P_A(B)$.</p> <p>Indépendance de deux événements.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée. • Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités. • Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers. • Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements. 	<p>On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités.</p> <p>Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve.</p> <p>La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.</p> <p>↔ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.</p>
<p>Exemple de loi discrète Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Simuler un schéma de Bernoulli. • Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale. • Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel. 	<p>Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire.</p> <p>On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.</p>

<p>Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. 	<p>Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.</p>
<p>Exemples de lois à densité</p> <p>Loi uniforme sur $[a, b]$.</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi uniforme.</p> <p>Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. • Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale. • Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants : $\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}$, $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}$ et $\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}$, lorsque X suit la loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. • Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée. 	<p>Toute théorie générale des lois à densité est exclue. Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition. La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète.</p> <p>Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue. La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme. L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines. On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur $[0, 1]$.</p> <p>↔ Maîtrise statistique des processus.</p> <p>Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles. Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.</p>

<p>Espérance et variance des lois de $aX + b$, $X + Y$, $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes.</p> <p>Théorème de la limite centrée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Savoir déterminer les paramètres des lois de $aX + b$, $X + Y$ et $X - Y$ dans le cas où X et Y sont des variables aléatoires indépendantes. • Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée. 	<p>Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue. Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis.</p> <p>Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de n variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale.</p>
---	---	--

PROBABILITÉS 2

On approfondit dans ce module la connaissance des lois de probabilités en étudiant la loi exponentielle et la loi de Poisson, dans le contexte de processus aléatoires à temps continu. Une initiation aux processus aléatoires discrets permet d'élargir le champ d'étude des phénomènes aléatoires. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent de nombreuses situations, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, notamment pour la simulation et la mise en œuvre d'algorithmes.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p>Loi exponentielle</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi exponentielle.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Exploiter une simulation dans le cadre de la loi exponentielle. • Représenter graphiquement la loi exponentielle. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi exponentielle. • Interpréter l'espérance et l'écart type d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle. 	<p>On peut simuler la loi exponentielle à partir de la loi uniforme sur $[0, 1]$.</p> <p>⇔ Fiabilité, désintégration nucléaire.</p>
<p>Loi de Poisson</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi de Poisson.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter graphiquement la loi de Poisson. • Calculer une probabilité dans le cadre de la loi de Poisson à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel. • Interpréter l'espérance et l'écart type dans le cadre d'un grand nombre de répétitions. • Déterminer le paramètre de la loi de Poisson approximant une loi binomiale donnée. 	<p>La loi de Poisson est introduite comme correspondant au nombre de réalisations observées, durant un intervalle de temps de longueur donnée, lorsque le temps d'attente entre deux réalisations est fourni par une loi exponentielle. La connaissance d'une expression explicite de la loi de Poisson n'est pas attendue.</p> <p>Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi de Poisson ne sont pas exigibles. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique.</p> <p>⇔ Fiabilité, gestion de stocks ou de réseaux.</p>

<p>Exemples de processus aléatoires</p> <p>Graphe probabiliste à N sommets.</p> <p>Exemples de chaînes de Markov.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter un processus aléatoire simple par un graphe probabiliste. • Exploiter un graphe probabiliste pour calculer la probabilité d'un parcours donné. • Simuler un processus aléatoire simple. • Exploiter une simulation d'un processus aléatoire pour estimer une probabilité, une durée moyenne ou conjecturer un comportement asymptotique. 	<p>On étudie des marches aléatoires sur un graphe à quelques sommets.</p> <p>⇔ Pertinence d'une page web, gestion d'un réseau, fiabilité, étude génétique de populations, diffusion d'une épidémie.</p>
---	---	---