FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de **R**, qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :
– consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
– apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.
Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
Fonctions de référence Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.	• Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction.	En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles. En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes : – la fonction logarithme décimal ; – des cas particuliers de fonctions puissances $t \mapsto t^{\alpha}$ avec $\alpha \in \mathbf{R}$ ou exponentielles de base a avec $a \in]0, +\infty[$.
Dérivation Dérivée des fonctions de référence. Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient. Dérivée de fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$ avec n entier naturel non nul, $x \mapsto \ln(u(x))$ et $x \mapsto e^{u(x)}$.	• Calculer la dérivée d'une fonction : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas. • Étudier les variations d'une fonction simple.	On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines. Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.

	• Exploiter le tableau de variation d'une fonction *f* pour obtenir : – un éventuel extremum de *f* ; – le signe de *f* ; – le nombre de solutions d'une équation du type $f(x)=k$. • Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine.	Les solutions d'une équation du type $f(x)=k$ sont déterminées : – explicitement dans les cas simples ; – de façon approchée sinon. On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.
Limites de fonctions Asymptotes parallèles aux axes : –limite finie d'une fonction à l'infini ; – limite infinie d'une fonction en un point. Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique. Limites et opérations.	 • Interpréter une représentation graphique en termes de limite. • Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote. • Déterminer la limite d'une fonction simple. • Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : $x \mapsto u^n(x)$, *r* entier naturel non nul ; $x \mapsto \ln(u(x))$; $x \mapsto e^{u(x)}$.	 La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants. Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre. On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.
Approximation locale d'une fonction Développement limité en 0 d'une fonction. Développement limité en 0 et tangente à la courbe représentative d'une fonction.	 • Déterminer, à l'aide d'un logiciel, un développement limité en 0 et à un ordre donné d'une fonction. • Exploiter un développement limité pour donner l'équation réduite de la tangente et préciser sa position par rapport à la courbe représentative de la fonction.	 On introduit graphiquement la notion de développement limité en 0 d'une fonction *f* en s'appuyant sur l'exemple de la fonction exponentielle sans soulever de difficulté théorique. L'utilisation et l'interprétation des développements limités trouvés doivent être privilégiées.

Courbes paramétrées Exemples de courbes paramétrées définies par des fonctions polynomiales.	• Déterminer un vecteur directeur de la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul. • Tracer une courbe à partir des variations conjointes.	L'étude de ces quelques exemples a pour objectif de familiariser les étudiants avec le rôle du paramètre, la notion de courbe paramétrée et de variations conjointes. On se limite à quelques exemples où les fonctions polynômes sont de degré inférieur ou égal à deux. ⇆ Trajectoire d'un solide, design.