

Devoir de mathématiques

Exercice 1

Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou de s'abonner à l'édition papier et à l'édition électronique. L'éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels.

On admet que lorsqu'un lecteur potentiel est contacté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à $0,2$; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à $0,4$; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à $0,1$.

Partie I Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel. On note :

- A l'événement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
- et B l'événement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,

1. a) Faire un arbre récapitulatif de cette situation.
b) Donner la probabilité de \bar{B} sachant A et la probabilité de \bar{B} sachant \bar{A} .
2. a) Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.
b) Justifier que la probabilité de l'événement B est égale à $0,16$.
c) Les événements A et B sont-ils indépendants?
3. On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier?

Partie II Pour chacune des personnes contactées, le centre d'appel reçoit de l'éditeur de la revue :

- 2 euros si la personne ne s'abonne à aucune des deux éditions;
- 10 euros si la personne s'abonne uniquement à l'édition électronique;
- 15 euros si la personne s'abonne uniquement à l'édition papier;
- 20 euros si la personne s'abonne aux deux éditions.

1. Reproduire et compléter, sans donner de justification, le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la somme reçue par le centre d'appel pour une personne contactée.

Somme reçue en euro	2	10	15	20
Probabilité				

2. Proposer, en expliquant votre démarche, une estimation de la somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 5000 lecteurs potentiels.

Exercice 2

Une source émet un signal binaire composé de 0 et de 1. Lors du transport, le signal peut être déformé. Un 0 peut être transformé en 1 avec une probabilité 0,1 et, de même, un 1 peut être transformé en 0 avec une probabilité 0,1.

Pour toute la suite, dans une série de chiffres, on lit de gauche à droite, le premier chiffre envoyé étant donc celui écrit le plus à gauche.

On envoie le signal 00.

On admet que les erreurs de transmission sont des événements aléatoires indépendants les uns des autres.

On considère les événements suivants :

- E_1 : « les deux chiffres sont modifiés »
- E_2 : « le premier chiffre est modifié mais pas le deuxième »
- E_3 : « aucun chiffre n'est modifié »
- E_4 : « au moins un des chiffres est modifié »

Pour chaque affirmation, une seule des propositions est exacte. Indiquer, en le justifiant, laquelle.

1. La probabilité de l'événement E_1 est égale à :
 - 0,01
 - 0,99
 - 0,09
 - 0,81
2. Si l'événement E_2 est réalisé, le signal reçu est :
 - 00
 - 01
 - 10
 - 11
3. La probabilité de l'événement E_2 est égale à :
 - 0,19
 - 0,81
 - 0,09
 - 0,90
4. La probabilité de l'événement E_3 est égale à :
 - 0,01
 - 0,99
 - 0,09
 - 0,81
5. La probabilité de l'événement E_4 est égale à :
 - 0,19
 - 0,20
 - 0,11
 - 0,91