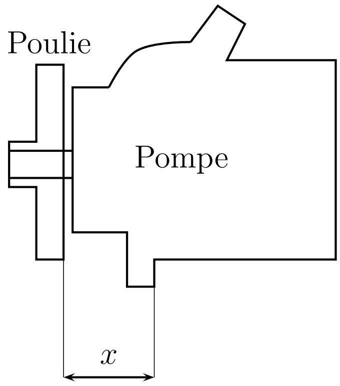
Devoir de mathématiques

Exercice 1



Un atelier d'une usine d'automobiles est chargé de l'assemblage d'un moteur. Dans cet exercice on s'intéresse au contrôle de qualité de l'emmanchement d'une poulie sur une pompe de direction assistée. Cet emmanchement est contrôlé par la mesure, en millimètres, de la cote x apparaissant sur la figure ci-contre

A. Probabilités conditionnelles

Dans cette partie, on s'intéresse, un jour donné, à une machine assurant l'installation de la poulie. Cette machine peut connaître une défaillance susceptible d'être détectée par un système d'alerte.
Le système d'alerte peut aussi se déclencher sans raison.
On note D l'événement : « la machine est défaillante » et on note A l'événement : « l'alerte est donnée ».
On admet que : $P(D) = 0,001$; $P(A/D) = 0,99$ et $P(A/\overline{D}) = 0,005$.
(On rappelle que $P(A/D) = P_D(A)$ est la probabilité de l'événement A sachant que l'événement D est réalisé).

1. Dresser un arbre pondéré de probabilité décrivant la situation.
   Calculer la probabilité que l'alerte soit donnée.
2. L'alerte est donnée. Calculer la probabilité qu'il s'agisse d'une « fausse alerte », c'est à dire que la machine ne soit pas défaillante. Arrondir à 10^{-2}.

B. Loi binomiale On suppose que dans la production du jour, 50 % des ensembles pompe-poulie ont des cotes x supérieures ou égales à 40 millimètres. On prélève au hasard 7 ensembles pompe-poulie dans cette production. La production est suffisamment importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On considère la variable aléatoire Y qui, à tout prélèvement de 7 ensembles pompe-poulie, associe le nombre de ceux dont la cote x est supérieure ou égale à 40.

1. Justifier que la variable aléatoire Y suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer $P(Y = 7)$.