Devoir de mathématiques

Exercice 1 Soit, pour $x \neq 2$, $f(x) = \dfrac{x+5}{x^2-4}$.

1. Calculer la dérivée f' de f.
2. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

Exercice 2 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 5$.
Déterminer la dérivée f' de f puis dresser le tableau de variation de f.
Préciser les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.

Exercice 3 On considère la fonction f définie par $f(x) = (x^2-1)\,e^x$, dont la courbe représentative est notée C.

1. Déterminer la fonction dérivée f' de f.
   Montrer que f' peut s'écrire sous la forme $f'(x) = e^x\,(x^2+2x-1)$.
2. On rappelle qu'une équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse a est donnée par : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.
   Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.
3. Soit F la fonction définie par l'expression $F(x) = (x-1)^2\; e^x$.
   Montrer que la fonction F est une primitive de f (i.e. que f est la fonction dérivée de F).
4. Déterminer la limite de f lorsque $x \to +\infty$ et lorsque $x \to -\infty$.
   Préciser les éventuelles asymptotes.
5. Tracer dans un repère ces éventuelles asymptotes, la tengente T, et l'allure de la courbe C.