

Devoir de mathématiques

Exercice 1 On considère l'équation différentielle

$$(E) : y' + 2y = -5e^{-2x}$$

où y est une fonction inconnue de la variable réelle x , définie et dérivable sur \mathbb{R} , et y' est la fonction dérivée de y .

1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle $(E_0) : y' + 2y = 0$.
2. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = -5xe^{-2x}$.
Démontrer que la fonction g est une solution de (E) .
3. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) .

Exercice 2 On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par l'expression $f(x) = (30 - 2x)e^{0,1x}$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Calculer la fonction dérivée f' de f .
Montrer que pour tout réel $x \geq 0$, $f'(x) = (1 - 0,2x)e^{0,1x}$.
3. Déterminer le signe de $f'(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction f .
4. Quel est le maximum sur $[0; +\infty[$ de la fonction f .
5. Tracer l'allure de la courbe représentative de la fonction f .