

# Devoir de mathématiques

**Partie A** Une entreprise fabrique un nouveau modèle d'appareils avec port USB. Le coût de fabrication de chaque appareil est de 10 euros. L'entreprise envisage de vendre chaque appareil entre 15 euros et 40 euros l'unité.

Avant la commercialisation l'entreprise effectue une étude de marché afin de déterminer la quantité demandée en fonction du prix de vente. L'étude a donné les résultats qui sont récapitulés dans le tableau suivant.

Prix unitaire (en euro) $x_i$	15	20	25	30	35	40
Quantité demandée (en milliers) $y_i$	44,4	27,0	16,3	10,0	6,2	3,5

On lit par exemple : pour un prix unitaire de 25 euros, la demande serait de 16 300 unités.

1. Représenter le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$  dans un repère orthogonal. Les unités sont : 1 cm pour 2 euros en abscisse, et 1 cm pour 2 milliers en ordonnée. Le point d'intersection des axes de coordonnées sera le point de coordonnées (15 ; 0).

Semble-t'il pertinent d'envisager un ajustement affine pour modéliser les variations de la quantité demandée en fonction du prix.

2. On effectue un changement de variable en posant :  $z_i = \ln y_i$ .

a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

$x_i$	15	20	25	30	35	40
$z_i = \ln y_i$	3,79	3,30				

- b) A l'aide de la calculatrice, donner le coefficient de corrélation linéaire de la série  $(x_i ; z_i)$ . Interpréter, notamment par rapport à la question 1.
- c) Donner une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$ . Les coefficients seront arrondis au dixième.
- d) En déduire une estimation de la quantité demandée  $y$  en fonction du prix unitaire  $x$  sous la forme  $y = ke^{-Ax}$ , où  $A$  et  $k$  sont des constantes que l'on déterminera. (Arrondir  $k$  à l'unité et  $A$  au dixième.)

**Partie B** Dans cette partie, on suppose que, si chaque appareil est vendu au prix unitaire  $x$  (en euro), la quantité d'appareils demandés  $f(x)$ , en milliers d'unités, s'exprime par :

$$f(x) = 200e^{-0,1x}.$$

La fonction  $f$  (fonction de demande) est définie sur l'intervalle [15 ; 40]. La représentation graphique  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  est donnée en annexe.

1. Déterminer graphiquement le montant de la demande si l'entreprise propose l'appareil à 23 euros.
2. Par le calcul, déterminer dans quel intervalle doit se situer le prix unitaire pour que la quantité demandée soit supérieure ou égale à 9 000 unités.
3. Calculer  $f'(x)$ , où  $f'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $f$ . En déduire le sens de variation de la fonction  $f$ .
4. On appelle fonction d'offre la fonction  $g$ , définie sur l'intervalle [15 ; 40], par :

$$g(x) = 4x - 60.$$

Le nombre  $g(x)$  est le nombre de milliers d'appareils que l'entreprise est capable de produire et de vendre au prix de  $x$  euros l'appareil.

Tracer sur la feuille annexe la représentation graphique de la fonction  $g$ .

5. On appelle prix d'équilibre le prix unitaire  $x$  d'un appareil pour lequel l'offre est égale à la demande.

- a) Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.
- b) Déterminer graphiquement combien l'entreprise peut compter vendre d'appareils, au prix d'équilibre.
- c) Estimer alors le bénéfice réalisé.

*On rappelle que le coût de fabrication d'un appareil est de 10 euros.*

### FEUILLE ANNEXE (à rendre avec la copie)

