

Devoir de mathématiques

Exercice 1 La société INFOLOG a mis au point un nouveau logiciel de gestion destiné aux PME. Cette société a mené une enquête auprès de 300 entreprises afin de déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir un exemplaire de ce nouveau logiciel. L'enquête a donné les résultats suivants :

prix proposé pour le nouveau logiciel (en centaines d'euros) x_i	nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix y_i
30	90
25	120
20	170
15	200
10	260

1. Représenter graphiquement le nuage de points de la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal
2. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la droite D d'ajustement affine de y en x sous la forme $y = ax + b$.

Les résultats seront arrondis au besoin à 10^{-4} .

Tracer D sur le graphique précédent (détailler la méthode utilisée pour tracer précisément cette droite).

3. En utilisant l'ajustement précédent, préciser pour quel prix de vente la société INFOLOG peut espérer que les 300 entreprises contactées acceptent d'acquérir ce logiciel.
4. On note $R(x)$ la recette, exprimée en centaines d'euros, dégagée par la vente de y logiciels au prix de x centaines d'euros.
 - a) En utilisant la relation entre y et x obtenue à la question 2, donner l'expression de $R(x)$ pour x variant entre 5 et 30.
 - b) Étudier les variations de la fonction R sur $[5; 30]$ et tracer l'allure de la courbe de R .
En déduire le prix de vente du logiciel, exprimé en euros, pour que la recette $R(x)$ soit maximale. Déterminer alors le montant de cette recette ainsi que le nombre d'entreprises disposées à acheter le logiciel à ce prix.

Exercice 2 L'évolution des ventes d'un produit est donnée dans le tableau suivant, où x_i représente le rang de l'année et v_i le volume des ventes en milliers d'unités.

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Volume de ventes v_i	4,3	4,8	5,4	6,8	8,8	9,4	13,5	15

1. Un ajustement affine de ces données semble-t'il envisageable et pertinent ?

2. On effectue le changement de variable $y_i = \ln(v_i)$, où \ln désigne le logarithme népérien.

a) Compléter le tableau suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-3} .

Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i = \ln(v_i)$	1,459							

b) Déterminer une équation de la droite de régression sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont arrondis à 10^{-3} .

Cet ajustement affine est-il plus pertinent ?

c) On pose $v = e^y$. Vérifier que $v = 3,31e^{0,19x}$ en arrondissant les coefficients à 10^{-2} .

d) Utiliser le résultat précédent pour déterminer en quelle année on peut estimer que les ventes dépasseront 20 milliers d'unités.

Exercice 3 On considère l'algorithme suivant :

Entrer N U prend la valeur 0 V prend la valeur 1 Pour I allant de 1 à N W prend la valeur $U + V$ U prend la valeur V V prend la valeur W Afficher W Fin Afficher W/U
--

On entre au début la valeur 6 pour la variable N . Quels sont les valeurs affichées par l'algorithme ?