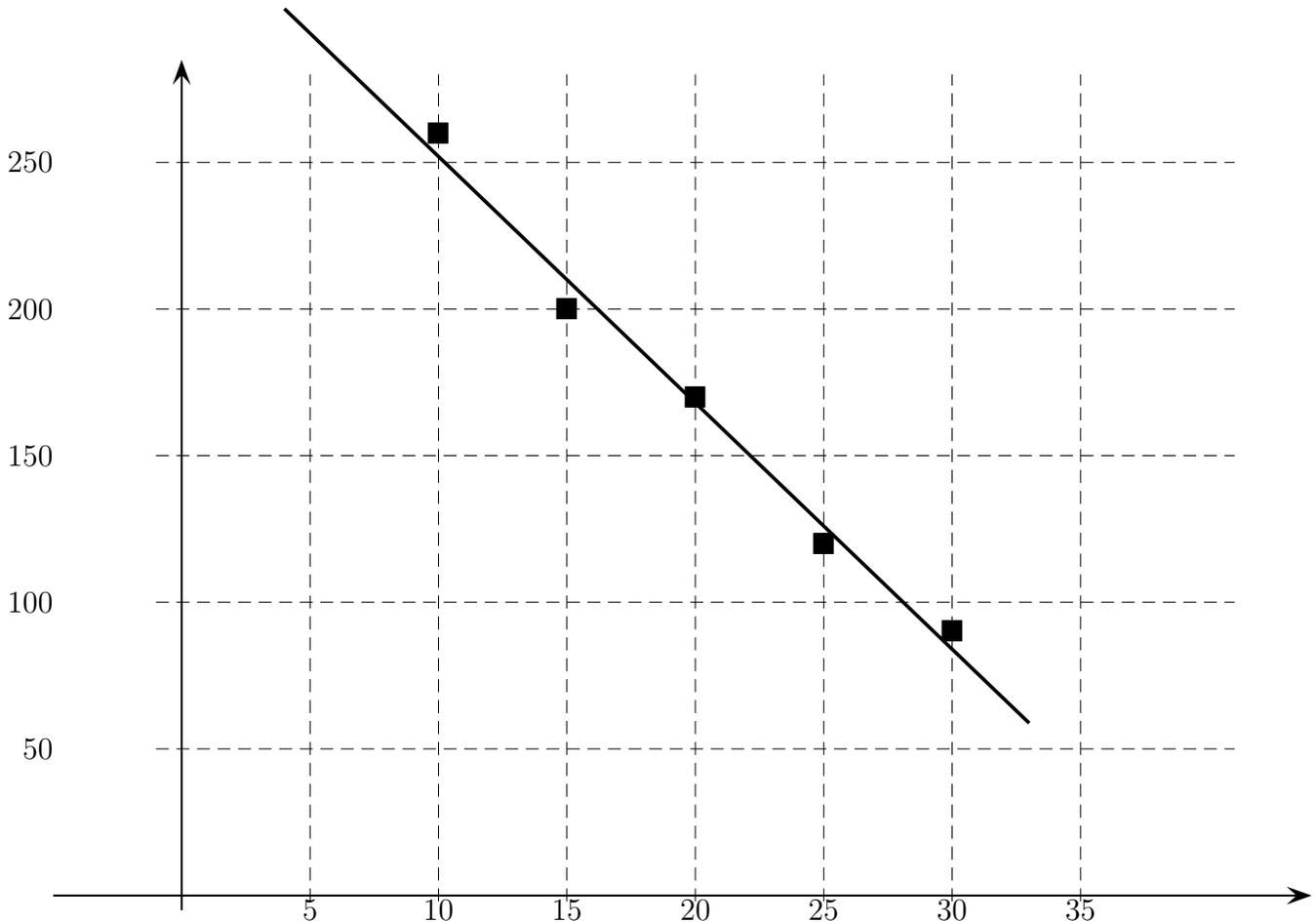


Correction du devoir de mathématiques

Exercice 1

1.



2. Par la méthode des moindres carrés, on trouve l'équation de la droite d'ajustement : $y = -8,4x + 336$

3. Pour que 300 entreprises soient intéressées, avec ce modèle, on doit proposer un prix x tel que $300 = -8,4x + 336 \iff x = (300 - 336)/(-8,4) \simeq 4,28$ centaines d'euros, soit 428 euros.

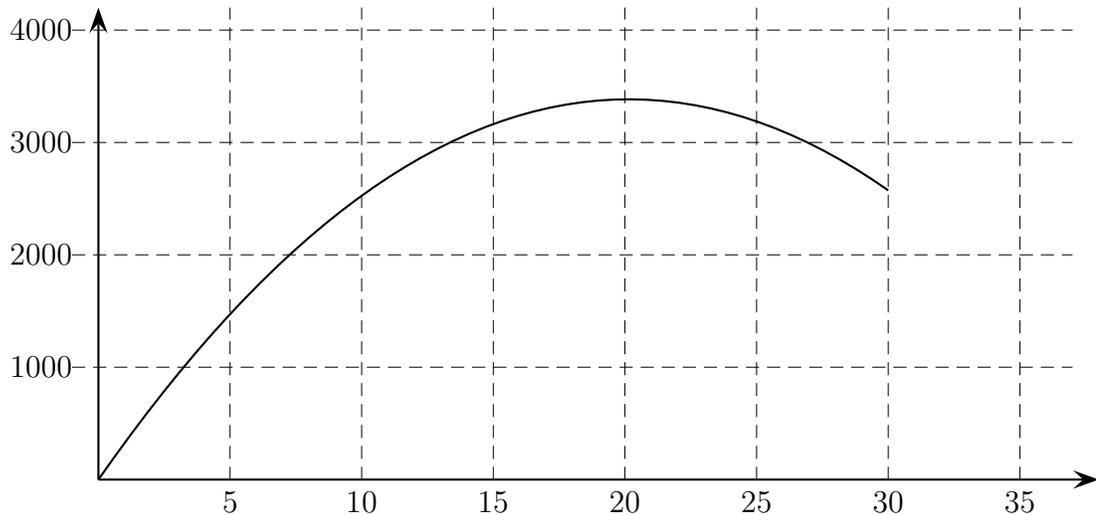
4. a) Si y entreprises achètent le logiciel au prix x , la recette est de

$$R(x) = y \times x = (-8,4x + 336) \times x = -8,4x^2 + 336x$$

b) R est une fonction du second degré, avec $R'(x) = -2 \times 8,4x + 336 = -16,8x + 336$
et donc, $R'(x) = 0 \iff x = 336/16,8 \simeq 20,14$
et donc on a le tableau de variation

x	5	20,14	30
$R'(x)$	+	\emptyset	-
R	↗		↘

on en déduit l'allure de la courbe de R :



Le montant maximal de la recette est alors $R(20, 14) \simeq 3384$ centaines d'euros, soit 338 400 euros.

Exercice 2

1. Le coefficient de corrélation de l'ajustement affine par la méthode des moindres carrés est environ 0,93, ce qui est faible et montre que l'utilisation d'un ajustement affine n'est pas des plus pertinents.
2. a)

Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i = \ln(v_i)$	1,459	1,569	1,687	1,917	2,175	2,241	2,603	2,708

- b) Une équation de la droite de régression (ou d'ajustement) par la méthode des moindres carrés est : $y = 0,188x + 1,196$
- c) $e = e^y = e^{0,188x+1,196} = e^{0,188x} e^{1,196}$ avec $e^{1,196} \simeq 3,31$, d'où l'expression

$$v = 3,31e^{0,19x}$$

- d) Les ventes dépasseront 20 milliers d'unités, soit $v > 20$ lorsque

$$v = 3,31e^{0,19x} > 20 \iff e^{0,19x} > \frac{20}{3,31}$$

$$\iff 0,19x > \ln\left(\frac{20}{3,31}\right)$$

$$\iff x > \frac{1}{0,19} \ln\left(\frac{20}{3,31}\right) \simeq 9,47$$

Exercice 3 L'algorithme affiche les valeurs, successivement, 1, 2, 3, 5, 8, 13, puis la valeur finale : le quotient $\frac{13}{8}$

Remarque : Il s'agit de la suite de Fibonacci, introduite au 13e siècle, et que l'on trouve dans de nombreuses situations, de manière plus ou moins surprenante et inattendue. Le quotient final calculé et affiché et le quotient de deux termes consécutifs ; on peut démontrer que ce nombre tend vers le nombre d'or lorsque N tend vers l'infini.