

Loi binomiale et fluctuation d'échantillonnage

1 Utilisation de la loi binomiale avec un tableur

On considère la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$ de paramètres $n = 4$ et $p = 0,3$.

1. Un tableur dispose basiquement de fonctions mathématiques, statistiques, probabilistes, ...
La loi binomiale se trouve par exemple parmi ces fonctions : dans une cellule, saisir "=" puis chercher la loi binomiale dans les fonctions du tableur, `fonctions→statistiques...` pour saisir à l'aide de l'assistant : `=LOI.BINOMIALE(3;4;0,3;0)`

On trouve ici $P(X = 3) = 0,0756$: c'est la probabilité d'avoir 3 succès sur 4 essais, avec une probabilité $p = 0,3$ de réussite à chaque tentative.

2. Compléter à l'aide d'un tableur le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X et les probabilités cumulées.

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$					
$P(X \leq k)$					

2 Lancer d'un dé

1. On lance un dé équilibré à 6 faces 60 fois.
 - a) Calculer la probabilité d'obtenir exactement 10 fois un 6.
 - b) Calculer la probabilité d'obtenir moins de 5 fois un 6.
 - c) Calculer la probabilité d'obtenir plus de 20 fois un 6.
 - d) Calculer la probabilité d'obtenir entre 8 et 12 fois un 6.
2. Je lance cette fois ce dé 600 fois. J'ai obtenu moins de 80 fois un 6. Quelle est la probabilité que cela arrive ? Que penser de ce dé ?

3 Production de composants

Une entreprise fabrique, en très grande quantité, des composants dont la masse est exprimée en milligrammes.

On admet que 4% des composants produits par l'entreprise ne sont pas acceptables pour la masse.

On considère par la suite des lots de N composants.

On considère note alors X la variable aléatoire qui, pour un tel lot de N composants, est égale au nombre de composants non acceptables pour la masse.

On considère pour commencer un conditionnement par lots de $N = 10$ composants.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un lot pris au hasard, aucun composant ne soit acceptable.
3. Calculer la probabilité que, dans un lot pris au hasard, un seul composant ne soit acceptable.

4. Calculer la probabilité que, dans un lot pris au hasard, il y ait strictement moins de 4 composants non acceptables.
5. Commenter la remarque du responsable de l'entreprise : *"avec un taux de non-conformité de 4% par composant, si nous conditionnons les composants par lot de 10, nous aurons moins de 70% de nos lots qui ne comportent que des composants acceptables."*
6. Le responsable de la qualité dans l'entreprise souhaite que la probabilité de n'avoir que des composants acceptables au sein d'un lot de 10 soit supérieure ou égale à 0,8.
Quel doit être le taux de non conformité maximum par composant pour pouvoir atteindre cet objectif ?
7. Après différentes tentatives, le responsable de la production constate qu'il n'est pas possible avec le système actuel d'améliorer le taux de non-conformité, qui reste donc fixé à 4%.
Quel doit être le nombre maximum de composants par lot pour que la probabilité de n'avoir que des composants conformes dans un lot soit supérieure ou égale à 0,8 ?