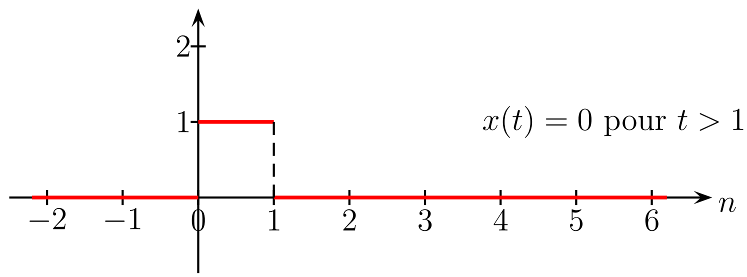
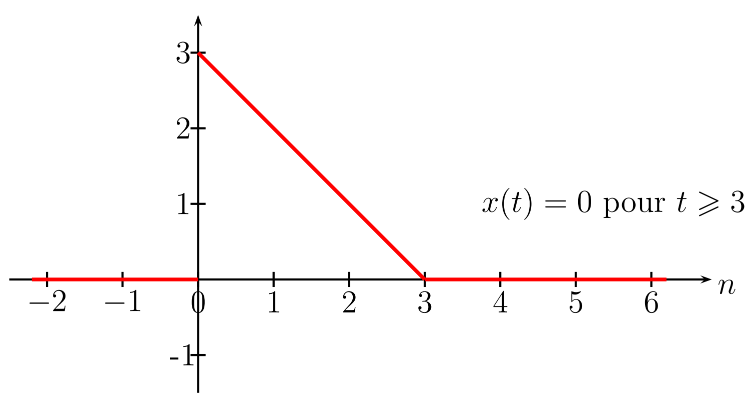
Transformées de Laplace et en z - Exercices

Exercice 1   On considère le signal causal x défini par la représentation graphique suivante :



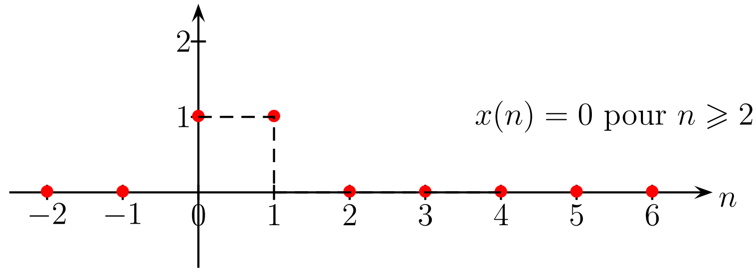
1. Compléter : $\quad x(t) = \begin{cases} \dots & \text{si } t < 0 \\ \dots & \text{si } 0 \leqslant t < 1 \\ \dots & \text{si } t \geqslant 1 \end{cases}$
2. Donner alors une expression de $x(t)$ en fonction de t et de l'échelon unité $u(t)$ et de ses retardés.
3. Déterminer alors la transformée de Laplace, $X(p)$, du signal x.
4. Retrouver le résultat précédent en utilisant directement la définition de la transformée de Laplace du signal causal x.

Exercice 2   On considère le signal causal x défini par la représentation graphique suivante :



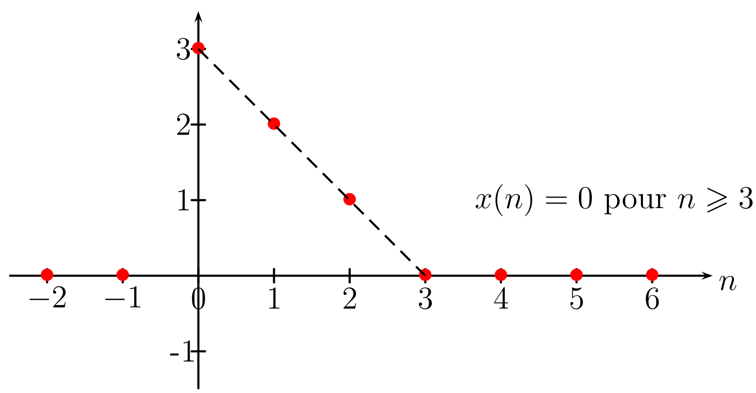
1. Compléter : $\quad x(t) = \begin{cases} \dots & \text{si } t < 0 \\ \dots & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant 3 \\ \dots & \text{si } t \geqslant 3 \end{cases}$
2. Donner alors une expression de $x(t)$ en fonction de t et de l'échelon unité $u(t)$ et de ses retardés.
3. Déterminer alors la transformée de Laplace, $X(p)$, du signal x.
4. Retrouver le résultat précédent en utilisant directement la définition de la transformée de Laplace du signal causal x.

Exercice 3 On considère le signal discret et causal $(x(n))$ défini par la représentation graphique suivante :



1. Compléter : $x(n) = \begin{cases} \dots & \text{si } n < 0 \\ \dots & \text{si } 0 \leqslant n \leqslant 1 \\ \dots & \text{si } n \geqslant 2 \end{cases}$
2. Donner alors une expression de $x(n)$ en fonction de n et de l'échelon unité discret $u(n)$ et de ses retardés.
3. Déterminer alors la transformée en z, $X(z)$, du signal discret $(x(n))$.
4. Retrouver le résultat précédent en utilisant directement la définition de la transformée en z.

Exercice 4 On considère le signal discret et causal $(x(n))$ défini par la représentation graphique suivante :



I. En utilisant la définition de la transformée en z, déterminer la transformée en z, $X(z)$, de $(x(n))$.

II. 1. Soit le polynôme $P(z) = 3z^4 - 4z^3 + 1$.

a) Montrer que 1 est une racine de P.
En déduire une factorisation de P sous la forme $P(z) = (z-1)Q(z)$, où $Q(z)$ est un polynôme que l'on déterminera.

b) Montrer que $Q(1) = 0$.
En déduire une factorisation de Q, puis de P.

2. a) Compléter :

$$x(n) = \begin{cases} \dots & \text{si } n < 0 \\ \dots & \text{si } 0 \leqslant n \leqslant 3 \\ \dots & \text{si } n \geqslant 3 \end{cases}$$

b) Donner alors une expression de $x(n)$ en fonction de n, en utilisant l'échelon unité $u(n)$ et ses retardés.

c) Déterminer alors la transformée en z, $X(z)$, du signal $(x(n))$.

Montrer que $X(z) = \dfrac{P(z)}{z^2(z-1)}$, et retrouver alors l'expression du I.