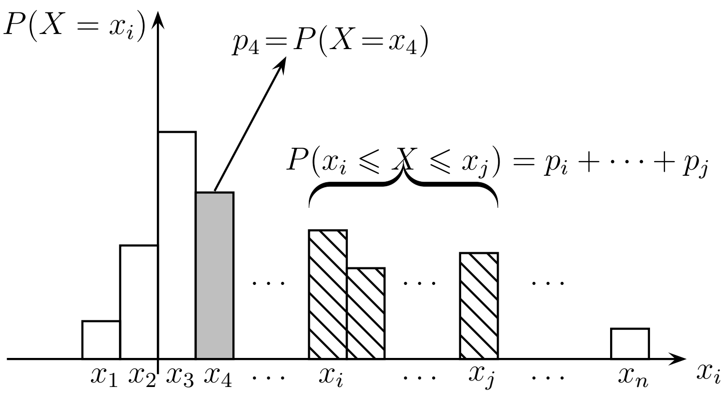
Comparatif variables aléatoires discrètes et continues

Loi de probabilité P de la v.a. X

x_i	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
Prob$(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_n

- pour tout $1 \leqslant i \leqslant n, \quad p_i \geqslant 0$
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$



- Espérance : $E(X) = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i\, p_i$
- Variance : $\begin{aligned} V(X) &= E\Big((X - E(X)^2\Big) \\ &= \sum_{k=1}^{n} (x - E(X))^2\ p_i \end{aligned}$
- Ecart type : $\sigma = \sqrt{V(X)}$

Probabilités cumulées croissantes

$$P(X \leqslant x_i) = \sum_{k=1}^{i} p_k$$

x_i		x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
$P(X = x_i)$		p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_n
$P(X \leqslant x_i)$	0	p_1	$p_1{+}p_2$	$p_1{+}p_2{+}p_3$	$\dots$	1

Loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$ $\quad E(X) = np$, $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

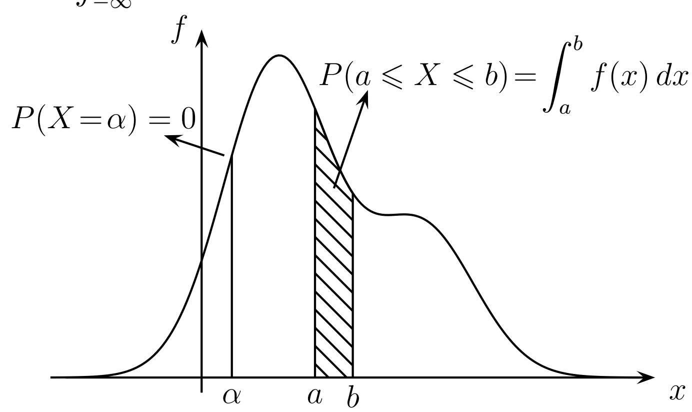
$$P(X \leqslant N) = \sum_{k=1}^{N} P(X = k) = \sum_{k=1}^{N} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P(N_1 \leqslant X \leqslant N_2) = \sum_{k=N_1}^{N_2} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

Densité de probabilité f de la v.a. X (définie sur $\mathbb{R}$)

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	0 ↗	↘	0

- pour tout $x \in \mathbb{R}, \quad f(x) \geqslant 0$
- $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$



- Espérance : $E(X) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$
- Variance : $\begin{aligned} V(X) &= E\Big((X - E(X)^2\Big) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(X))^2\ f(x)\, dx \end{aligned}$
- Ecart type : $\sigma = \sqrt{V(X)}$

Fonction de répartition $\quad \begin{aligned} F(x) &= P(X \leqslant x) \\ &= \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt \end{aligned}$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$	0 ↗	↘	0
$F(x)$	0 ↗		1

Loi normale $\mathcal{N}(m, \sigma)$ $\quad E(X) = m$, $\sigma(X) = \sigma$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad P(X = a) = 0$$

$$P(X \leqslant a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)\, dx = \Pi(a)$$

$$P(a < X \leqslant b) = \int_a^b f(x)\, dx = \Pi(b) - \Pi(a)$$