

# Exercices de dénombrement et probabilité

**Exercice 1** Calculer :

a)  $A_4^1$  et  $C_4^1$     b)  $A_4^3$  et  $C_4^3$     c)  $C_8^3$     d)  $C_n^1$     e)  $C_n^{n-1}$     f)  $\frac{C_{12}^3}{C_{12}^5}$

**Exercice 2** Montrer que :  $\sum_{k=0}^n C_n^k 4^k = 5^n$ .

**Exercice 3** Développer : a)  $(3+x)^4$     b)  $(3x-2)^5$     c)  $(1+i)^5$     d)  $(2-i)^4$

**Exercice 4** Dans une classe de 30 élèves, on doit choisir 2 délégués. Combien de façons y a-t-il de les choisir ?

On suppose maintenant que parmi les délégués, il doit y avoir un garçon et une fille. Sachant qu'il y a 18 garçons dans cette classe, combien de façons y a-t-il alors de choisir un tel couple de délégués ?

**Exercice 5** Un domino est une petite planchette dont la face supérieure est divisée en deux parties portant chacune un chiffre de 0 à 6.

L'ordre de ces chiffres n'intervient pas et il y a donc, par exemple qu'un seul domino comportant les chiffres 1 et 3.

a) Une boîte de dominos contient toutes les associations possibles des chiffres entre 0 et 6 (y compris les doubles). Montrer qu'une telle boîte contient 28 dominos.

(Indication : on pourra traiter séparément les doubles)

b) Quelle est la probabilité de tirer au hasard un double dans la boîte ?

**Exercice 6** Dans un équipe de basket, 8 joueurs ont été sélectionnés. Pour un match, l'entraîneur choisit au hasard 5 joueurs parmi ceux sélectionnés.

a) Combien l'entraîneur peut-il faire d'équipes différentes ?

b) Je suis un des 8 sélectionnés.

Montrer que la probabilité que je fasse partie de l'équipe finalement retenue est  $\frac{5}{8}$ .

**Exercice 7** On tire au hasard une main de cinq cartes dans un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité des événements suivants :

a)  $A$  : "la main contient exactement deux as"

b)  $B$  : "la main contient deux as"

c)  $C$  : "la main contient au moins un roi"

d)  $D$  : "la main contient 3 figures" (les figures sont les rois, dames et valets)

e)  $E$  : "la main contient un as, 2 rois et 2 dames"

**Exercice 8** On jette simultanément deux dés non truqués et on considère les événements :

$A$  : "La somme des chiffres obtenus est 7"

$B$  : "On a obtenu au moins une fois le chiffre 3"

Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils incompatibles ? indépendants ?

**Exercice 9** Une société de 90 employés compte 60 hommes, parmi lesquels 40 sont des cadres. Dans cette société, il y a en tout 58 cadres.

Quelle est la probabilité d'être un cadre sachant qu'on est un homme dans cette société?

Les événements être un cadre et être un homme sont-ils indépendants dans cette société?

**Exercice 10** Une agence de sondage effectue auprès de 10 000 personnes une enquête sur le recyclage du verre. Dans cet échantillon, 40 % sont des jeunes (moins de 30 ans) et 60 % d'entre eux déclarent recycler le verre. En revanche, seulement 30 % des personnes de plus de 30 ans déclarent recycler le verre.

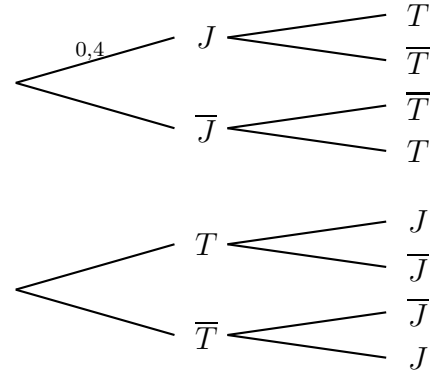
On choisit au hasard une personne dans l'échantillon. On note  $J$  l'événement : "la personne choisie est un jeune" et  $T$  l'événement : "la personne recycle le verre".

1. Compléter l'arbre ci-contre.

2. Calculer  $P(J \cap T)$ ,  $P(J \cap \bar{T})$ ,  $P(\bar{J} \cap T)$  et  $P(\bar{J} \cap \bar{T})$ .  
En déduire  $P(T)$ .

3. a) Calculer la probabilité que la personne ait moins de 30 ans sachant qu'elle recycle le verre.

b) Compléter l'arbre ci-contre.



**Exercice 11** Sur une machine, deux types de panne sont possibles : la panne d'origine mécanique et la panne d'origine électronique. Un jour donné, la probabilité qu'une panne mécanique survienne est de 0,005 et celle d'une panne électronique est 0,003. D'autre part, la probabilité qu'une panne mécanique apparaisse sachant qu'une panne électronique a eu lieu ce jour là est 0,002.

On note  $E$  l'événement : "la machine a une panne électronique" et  $M$  : "la machine a une panne mécanique".

1. Calculer la probabilité qu'une machine ait les deux types de pannes un jour donné.

2. Calculer la probabilité qu'une machine n'ait aucune panne un jour donné.

3. a) Calculer  $P_{\bar{E}}(M)$ .

b) Comparer  $P_E(M)$  et  $P_{\bar{E}}(M)$ . Interpréter cette comparaison.